

## EFFECTO DEL CAMPO EXTERNO EN LA ENERGÍA DE LOS ARMÓNICOS ESPACIALES EN MATERIALES FOTORREFRACTIVOS

Salazar A. \*, Rueda J., Lasprilla M

Grupo de Óptica y Tratamiento de Señales  
Universidad Industrial de Santander, A. A. 678, Bucaramanga, Colombia.

\* Universidad Pontificia Bolivariana, Medellín, Colombia.

### RESUMEN

Se presenta la solución numérica de las ecuaciones acopladas no lineales para la interacción entre los haces ópticos incidentes y armónicos generados en un cristal fotorrefractivo, analizando la influencia de un campo externo aplicado sobre la potencia de los armónicos.

### INTRODUCCIÓN

Cuando el ángulo entre los haces incidentes e interactuantes en un cristal fotorrefractivo es pequeño, esto es, cuando la red fotorrefractiva que se forma en el cristal presenta un período espacial muy grande, se generan haces difractados de orden superior debidos a la interacción de los haces incidentes originalmente con las redes fotorrefractivas diferentes que se forman en el cristal. En el presente artículo se presenta la solución numérica de las ecuaciones acopladas no lineales para la interacción de los haces ópticos incidentes y generados en el cristal, analizando la influencia del campo externo aplicado al cristal sobre la potencia de los armónicos.

### GENERACIÓN DE ARMÓNICOS ESPACIALES

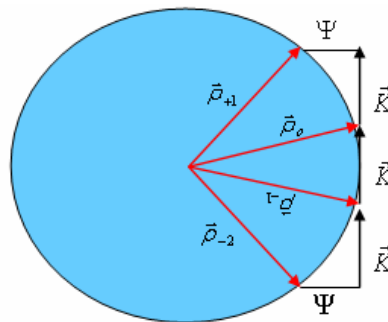


FIGURA 1. Esfera de Ewald que muestra la aparición de los armónicos +1 y -2.

Considérese que dos ondas denotadas por 0 y -1 inciden sobre un cristal fotorrefractivo (Fig. 1). La interferencia de estas dos ondas en el interior del cristal producirá, por efecto fotorrefractivo, una red de índices de vector de onda  $\vec{k}$ .

Los armónicos pueden formarse por varias razones<sup>[1]</sup>. En principio, además de las interacciones  $\vec{\rho}_0 - \vec{k}$  y  $\vec{\rho}_{-1} - \vec{k}$  pueden tenerse las interacciones  $\vec{\rho}_0 + \vec{k}$  y  $\vec{\rho}_{-1} - \vec{k}$  de las cuales se obtienen armónicos cuyos vectores de onda son  $\vec{\rho}_{+1}$  y  $\vec{\rho}_{-2}$ .  $\Psi$  es el parámetro off-Bragg. Debido a la dinámica propia del proceso fotorrefractivo, una vez se hayan producido los armónicos +1 y -2 en el cristal, se producirán otras redes que no se tendrán en cuenta. La no linealidad del proceso de interacción de los haces incidentes con la red fotorrefractiva y que se plasma en las ecuaciones materiales de Kukhtarev<sup>[2]</sup> da lugar también a la aparición de armónicos debido a que la interacción entre los haces 0 y -1 dará lugar a una red fotorrefractiva que tendrá componentes de Fourier de orden más alto, es decir, realmente la red inicialmente formada en el cristal es una combinación de redes de vectores de red  $\vec{k}, 2\vec{k}, 3\vec{k}, 4\vec{k}$ , etc<sup>[3-8]</sup>. Los armónicos debidos a la no linealidad del proceso de interacción no se tendrán en cuenta en este trabajo.

En holografía dinámica, la transferencia de energía entre los haces puede seguir una dirección particular. En lo que sigue se escogerá esta dirección como la -1, 0, +1 de tal manera que no se considerará el armónico +2.

**ECUACIONES ACOPLADAS**

El proceso matemático a seguir busca obtener un conjunto de ecuaciones diferenciales acopladas que describen el comportamiento de las amplitudes complejas de las ondas en el cristal. El campo óptico en el cristal se asume como la suma de los campos ópticos de las ondas incidentes y del campo óptico del armónico generado en el cristal de tal forma que puede escribirse como

$$E_{opt} = \sum_{-1}^{+1} A_i(x) \exp[j(\vec{\rho}_i \cdot \vec{r} - w_i t)] \tag{1}$$

en donde las  $A_i(x)$  son las amplitudes complejas de estos campos las cuales se asumen que presentan una variación lenta y  $w_{-1} = w - \delta w$ ,  $w_0 = w$ ,  $w_{+1} = w + \delta w$ , siendo  $\delta w$  una variación pequeña en la frecuencia.  $\vec{\rho}_i$  es el vector de onda de la i-ésima onda. Ahora, las ecuaciones del material de Kukhtarev son

$$\frac{\partial N_D^+}{\partial t} = sI(N_D - N_D^+) - \gamma N N_D^+, \quad J = e\mu N E_s + \mu k T \frac{dN}{dz}, \quad \frac{\partial E_s}{\partial z} = \frac{e}{\epsilon_0 \epsilon_s} (N_D^+ - N_A^-) \tag{2}$$

$s$  es la constante de fotoionización,  $\gamma$  la constante de recombinación,  $\mu$  la movilidad,  $k$  la constante de Boltzmann,  $e$  la carga del electrón,  $\epsilon_0$  la permitividad del vacío,  $\epsilon_s$  la constante dieléctrica estática y  $T$  la temperatura absoluta. Estas ecuaciones, las cuales describen la variación espacial y temporal como funciones de la intensidad  $I$  de las cantidades macroscópicas densidad de corriente  $J$ , densidad de donadores  $N_D$ , densidad de donadores ionizados  $N_D^+$ , aceptadores ionizados  $N_A^-$  y campo eléctrico de carga espacial  $E_s$ , pueden ahora ser resueltas. Para su solución se asume que  $N_A^-$  y que  $N_D$  son

constantes, que  $N \ll N_A^- \ll N_D$  y además que las ecuaciones pueden ser linealizadas, esto es, se considera que la modulación del patrón de intensidad es pequeña de tal manera que se desprecian todos aquellos términos  $2K$ ,  $3K$ , etc. que aparecerían debido a la no linealidad de las ecuaciones. Los cálculos llevan a un campo de cargas espaciales de la forma

$$E_s = E_o + \{E_1 \exp[j(Kz - \delta wt)] + E_2 \exp[j(2Kz - 2\delta wt)] + c.c.\} \quad (3)$$

en donde  $E_o$  es el campo externo estático aplicado y

$$E_1 = \Omega_1 \frac{A_0 A_{-1}^* + A_{+1} A_0^* \exp(-j\Psi x)}{\sum_{i=-1}^{+1} |A_i|^2}, \quad E_2 = \Omega_2 \frac{A_{+1} A_{-1}^* \exp(-j\Psi x)}{\sum_{i=-1}^{+1} |A_i|^2} \quad (4)$$

con

$$\Omega_p = \Omega(\rho K) = \frac{-(E_o + jE_D)E_q}{E_q + E_D - jE_o - jKv\tau_d \frac{E_q}{E_M} (E_M - jE_o + E_D)} \quad (5)$$

$$E_D = \frac{pKTk}{e} \quad E_q = \frac{eN_A^-}{\epsilon_o \epsilon_s pK} \quad E_M = \frac{\gamma N_A^-}{\mu pK} \quad v = \frac{\delta w}{K} \quad \tau_d = \frac{\epsilon_o \epsilon_s}{N_o e \mu} \quad p=1,2 \quad (6)$$

$N_o$  es la densidad promedio de electrones.

El campo de cargas espaciales obtenido es utilizado para obtener la variación en la permitividad  $\Delta\epsilon_r = -r\epsilon_r^2 E_s$  la cual, al ser reemplazada en la ecuación de ondas junto con el campo óptico conduce al siguiente conjunto de ecuaciones diferenciales acopladas para las amplitudes normalizadas

$$\frac{d}{d\xi} \begin{bmatrix} S_{-1} \\ S_0 \\ S_{+1} \end{bmatrix} = -j \begin{bmatrix} 0 & a_{-1,0} & a_{-1,1} \\ a_{0,-1} & 0 & a_{0,1} \\ a_{1,-1} & a_{1,0} & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} S_{-1} \\ S_0 \\ S_{+1} \end{bmatrix} \quad (7)$$

en donde  $\xi = x/L$ , siendo  $L$  la longitud del cristal y además,

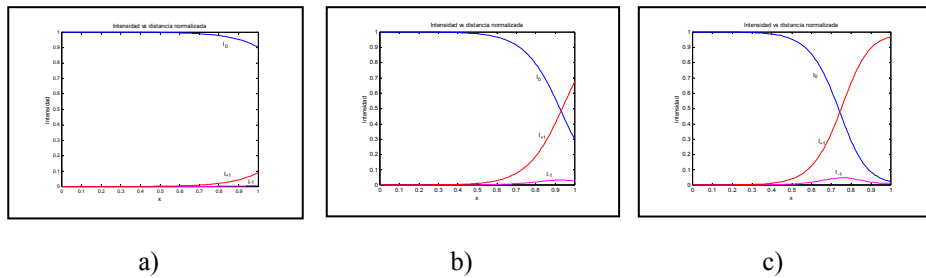
$$a_{0,-1}^* = a_{-1,0} = \Gamma_1^* L [S_0^* S_{-1} + S_{+1}^* S_0 \exp(j\Psi L \xi)] \quad a_{1,0} = a_{0,1}^* = \Gamma_1 L [S_0 S_{-1}^* \exp(j\Psi L \xi) + S_{+1} S_0^*] \quad (8)$$

$$a_{1,-1} = a_{-1,1}^* = \Gamma_2 L S_{+1} S_{-1}^* \quad S_i = A_i / \sum_{i=-1}^{+1} |A_i|^2 \quad i = -1, 0, +1 \quad \Gamma_l = c\Omega_l \quad l=1,2 \quad c = \frac{w}{2} r \mu_o^{1/2} \epsilon_o^{1/2} \epsilon_r^{3/2}$$

### RESULTADOS NUMÉRICOS

El sistema de ecuaciones diferenciales acopladas fue resuelto utilizando el método de Runge-Kutta de cuarto orden. Se tomaron valores iniciales para las amplitudes normalizadas  $S_{-1}$  y  $S_0$  arbitrarios tales que  $|S_0|^2 / |S_{-1}|^2 = 40$ . Esto da un valor de modulación de  $m=0.3$  el cual permite utilizar la teoría linealizada.  $S_{+1} = 0$  a la entrada del cristal. Usamos parámetros reales para BSO iguales a los de la referencia [2], a saber,  $s = 1.06 \times 10^{-5} m^2/J$ ,  $N_A^- = 0.95 \times 10^{22} m^{-3}$ ,  $N_D = 10^{25} m^{-3}$ ,  $\mu = 10^{-5} mVs^{-1}$ ,  $\gamma = 1.65 \times 10^{-17} m^3 s^{-1}$ ,  $r = 0.95 \times 10^{-12} m/V$ ,

$\varepsilon_S = 56$ ,  $\varepsilon_r = 6.86$ . La longitud del cristal se tomó como  $L = 10mm$ , la longitud de onda de la radiación fue tomada como  $\lambda = 543.5nm$  proveniente de un láser de He-Ne y la intensidad total fue  $I_0 = 5mWcm^{-2}$ . Se tomó un ángulo de incidencia de  $0.3^\circ$  para un período de red de  $\Lambda = 51.9\mu m$ . Los valores de campo externo tomados fueron  $8, 10, 12 Kv/cm$ . La parte imaginaria de la constante de acoplamiento  $\Gamma_1 L$  como función de la velocidad del patrón de interferencia fue optimizada con el fin de maximizar el acoplamiento del haz incidente 0 con el armónico +1. La Fig. 2 muestra los respectivos resultados.



**Figura 2.** Propagación de los haces  $-1, 0, +1$  dentro del cristal fotorrefractivo para a)  $E_0 = 8 Kv/cm$ , b)  $E_0 = 10 Kv/cm$  y c)  $E_0 = 12 Kv/cm$

## CONCLUSIONES

Se ha estudiado el efecto del campo externo sobre la energía de los armónicos espaciales en cristales fotorrefractivos BSO. Aunque su aparición se debe fundamentalmente a dos razones: diferentes interacciones de los haces incidentes con la red de índices fotorrefractiva y al carácter no lineal del fenómeno plasmado en las ecuaciones de Kukhtarev, se tuvo en cuenta para el análisis que se presentó, solo la segunda razón. El estudio muestra que el aumento del campo eléctrico externo favorece la aparición de los armónicos de tal manera que, mientras mayor sea este campo, mayor es la potencia adquirida por el armónico. Se utilizó la teoría linealizada tomando una modulación  $m = 0.3$  y presentando cálculos reales con BSO.

## REFERENCIAS

- [1]. L. B. Au, L. Solymar, IEEE, J. Quantum Electrón. 24 (2) (1988) 162-168
- [2]. N. V. Kukhtarev, Ferroelectrics 22 (1979) 949-964
- [3]. Ph. Refregier, L. Solymar, H. Rajbenbach, J. P. Huignar, J. Appl. Phys. 58 (1) (1985) 45-57
- [4]. F. Vachss, L. Hesselink, J. Opt. Soc. Am. B 5 (8) (1988) 1814-1821
- [5]. L. B. Au, L. Solymar, Opt. Lett. 13 (8) (1988), 660-662
- [6]. L. B. Au, L. Solymar, J. Opt. Soc. Am. A 7 (8) (1990) 1554-15611
- [7]. T. Gatlin, N. Singh, Opt. Lett. 24 (22) (1999), 1593-1595
- [8]. T. Gatlin, N. Singh, Opt. Commun. 191 (2001) 411-418