

DISPERSIÓN DE CUASIPARTÍCULAS EN INTERFASES NS

Virgilio Niño y William Herrera
Departamento de Física
Universidad Nacional de Colombia, Bogotá, Colombia.

RESUMEN

En este trabajo se estudian las reflexiones electrón-electrón y electrón-hueco en una interfase NS (N: metal en el estado normal, S: superconductor) sin necesidad de asumir una función escalón para el módulo del potencial de pares, aproximación que se utiliza usualmente en la literatura. Se estudia el proceso de reflexión de cuasipartículas sólo utilizando condiciones de frontera adecuadas para las funciones que describen su comportamiento en $+\infty$ y en $-\infty$.

INTRODUCCIÓN

El estudio de la dispersión de cuasipartículas en interfases NS es de suma importancia [1-11] pues microscópicamente constituyen la base para entender fenómenos de transporte en cualquier sistema en que intervengan este tipo de interfases. De hecho, las inhomogeneidades en el potencial de pares o parámetro de orden ocasiona que además de las dispersiones usuales electrón-electrón y hueco-hueco aparezcan nuevos canales de dispersión, electrón-hueco y hueco-electrón las que se conocen como dispersiones de Andreev[4]. Usualmente el potencial de pares es modelado mediante potenciales rectangulares [1-3], [5-11] al estudiar las anteriores dispersiones.

En este trabajo estudiamos las dispersiones de Andreev sin hacer uso de una forma específica del potencial de pares, es decir considerando totalmente el efecto de proximidad. Calculamos en particular los coeficientes de reflexión y transmisión de las cuasipartículas en el rango de la aproximación WKB para las ecuaciones de Bogoliubov de Gennes (BdGE).

ECUACIONES DE BOGOLIUBOV DE GENNES

El estado superconductor está caracterizado por la existencia de un parámetro de orden o potencial de pares cuyo módulo al cuadrado es proporcional a la densidad de pares de Cooper y cuya fase describe la correlación de largo alcance en el sistema, es decir da cuenta

del ordenamiento que ocurre en la transición del estado normal al estado superconductor. Las excitaciones elementales o cuasipartículas están descritas mediante la ecuación [4]

$$E\psi(\mathbf{r}) = H\psi(\mathbf{r}) \quad (1)$$

$$\text{Con } \psi(\mathbf{r}) = \begin{pmatrix} u(\mathbf{r}) \\ v(\mathbf{r}) \end{pmatrix}; H = \begin{pmatrix} -\frac{\hbar^2 \nabla^2}{2m} + U(\mathbf{r}) - \mu & \Delta(\mathbf{r}) \\ \Delta^*(\mathbf{r}) & \frac{\hbar^2 \nabla^2}{2m} - U(\mathbf{r}) + \mu \end{pmatrix}$$

En donde el spinor ψ es la función de onda de la cuasipartícula que tiene una componente electrónica y una de hueco descritas mediante las funciones $u(\mathbf{r})$ y $v(\mathbf{r})$ respectivamente. El hamiltoniano es una matriz 2×2 y en su diagonal contienen a un hamiltoniano electrónico en donde $U(\mathbf{r})$ es un potencial escalar que describe los potenciales de la red, de impurezas y de Hartree-Fock; μ es el potencial químico. El potencial de pares $\Delta(\mathbf{r})$ es un potencial fuera de la diagonal que acopla los electrones y los huecos y claramente establece canales de dispersión electrón-hueco y hueco-electrón. Tomando [1,6]

$$\Delta(\mathbf{r}) = \Delta(z) \in \Re \quad (2)$$

ver fig. 1, se tiene que al incidir un electrón sobre Δ desde la parte normal ($z \rightarrow -\infty$) podrá reflejarse como electrón o como hueco. En este último caso se induce en el superconductor un par de Cooper [4,10]. Al efectuar una aproximación similar a la WKB en las ecuaciones de Bogoliubov de Gennes [5] (llamada aproximación BKJT) se deja como único canal de dispersión las dispersiones electrón-hueco y hueco-electrón.

En la siguiente sección presentamos una versión de la aproximación BKJT para las ecuaciones de BdGE adaptadas para la geometría descrita en (2).

MÉTODO WKB - APROXIMACIÓN BKJT

En lo que sigue utilizamos la aproximación del jellium tal como se utiliza en superconductividad [3,4], de tal manera que las ecuaciones de BdGE son:

$$E \begin{pmatrix} \tilde{u}(\mathbf{r}) \\ \tilde{v}(\mathbf{r}) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -\frac{\hbar^2}{2m} \nabla^2 - E_F & \Delta(z) \\ \Delta^*(z) & \frac{\hbar^2}{2m} \nabla^2 + E_F \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \tilde{u}(\mathbf{r}) \\ \tilde{v}(\mathbf{r}) \end{pmatrix}; E_F = \frac{\hbar^2 k_F^2}{2m} \quad (3)$$

Tomemos como Ansatz

$$\begin{pmatrix} \tilde{u}(\mathbf{r}) \\ \tilde{v}(\mathbf{r}) \end{pmatrix} = e^{i\mathbf{k}_\rho \cdot \mathbf{p}} \begin{pmatrix} u(z) \\ v(z) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} U e^{i\mathbf{k}_\rho \cdot \mathbf{p}} e^{is(z)} \\ B(z)\tilde{u}(\mathbf{r}) \end{pmatrix} \quad (4)$$

En donde, $\mathbf{k}_\rho = (k_x, k_y)$; $\mathbf{p} = (x, y)$ S y B son funciones reales de z y U es una constante. Reemplazando $\tilde{u}(\mathbf{r})$ y $\tilde{v}(\mathbf{r})$ en (3) obtenemos

$$E = -\frac{\hbar^2}{2m} \left[i \frac{d^2 S}{dz^2} - \left(\frac{dS}{dz} \right)^2 + k_{zF}^2 \right] + \Delta(z)B(z) \quad (5a)$$

$$EB(z) = \frac{\hbar^2}{2m} \left[\frac{d^2 B}{dz^2} - B(z) \left(\frac{dS}{dz} \right)^2 + 2i \frac{dB}{dz} \frac{dS}{dz} + iB(z) \frac{d^2 S}{dz^2} + k_{zF}^2 B(z) \right] + \Delta(z) \quad (5b)$$

con $k_x^2 = k_F^2 - k_\rho^2$. La versión de la aproximación WKB utilizada por BKJT [5] para el estudio microscópico de vórtices y adaptada a nuestra geometría consiste en despreciar los términos $d^2 S/dz^2$ y $d^2 B/dz^2$ ya que son del orden de $(k_{zF} \xi)^{-1}$ respecto a $(dS/dz)^2$ y a $(dS/dz)(dB/dz)$. Tenemos entonces

$$\begin{aligned} E &= \frac{\hbar^2}{2m} \left(\frac{dS}{dz} \right)^2 + \frac{\hbar^2}{2m} k_{zF}^2 + \Delta(z)B(z) \\ EB(z) &= i \frac{\hbar^2}{m} \frac{dB}{dz} \frac{dS}{dz} - \frac{\hbar^2}{2m} B(z) \left(\frac{dS}{dz} \right)^2 + \frac{\hbar^2 k_{zF}^2}{2m} B(z) + \Delta(z) \end{aligned} \quad (6)$$

Resolviendo para dS/dz y dB/dz encontramos

$$\frac{dS(z)}{dz} = \pm k_{zF} \left[1 + \frac{2m}{\hbar^2 k_{zF}^2} (E - \Delta(z)B(z)) \right]^{1/2} \approx \pm k_{zF} \left[1 + \frac{m}{\hbar^2 k_{zF}^2} (E - \Delta(z)B(z)) \right] \quad (7)$$

$$\frac{dB(z)}{dz} \cong \pm \frac{m}{i\hbar^2 k_{zF}} \left[2EB(z) - \Delta(z)(1 + B(z)^2) \right] \quad (8)$$

Para esta última expresión hemos además asumido que

$$2m(E - \Delta B)/(\hbar^2 k_{zF}^2) \ll 1.$$

GEOMETRÍA NS, SOLUCIÓN FORMAL

Las soluciones de las ecuaciones de Bogoliubov de Gennes(3) en la aproximación de BKJT (que equivale a la aproximación de Andreev) son

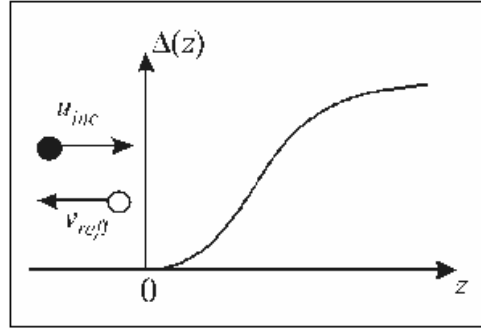


Fig. 1 Un electrón incide desde la región normal hacia el superconductor. En la aproximación de Andreev el electrón es reflejado como hueco.

$$\left. \begin{aligned} u_{inc}(z) &= U_+ e^{ik_+z} \\ v_{refl}(z) &= V_+ e^{ik_-z} \end{aligned} \right\} z < 0 \quad (9)$$

$$\left. \begin{aligned} u_{trans}(z) &= U^+ e^{iS(z)} \\ v_{trans}(z) &= V^+ B(z) e^{iS(z)} \end{aligned} \right\} z > 0 \quad (10)$$

con $k_{\pm} = [k_{zF}^2 \pm 2mE/\hbar^2]^{1/2}$.

En la aproximación BKJT la probabilidad de que el electrón incidente se refleje como electrón es mucho menor que la probabilidad de que se refleje como hueco y por lo tanto términos de la forma $u_{refl}(z) = U_- e^{-ik_+z}$ Que describen al electrón reflejado no son tomados en cuenta.

Las soluciones expresadas en (9) y (10) están sujetas a las condiciones de frontera

$$\lim_{z \rightarrow \infty} B(z) = B = \frac{\Delta}{E + \sqrt{E^2 - \Delta^2}} \quad \lim_{z \rightarrow \infty} S(z) = k^+ z \quad (11)$$

con $k^+ = \sqrt{k_{zF}^2 + 2m\sqrt{E^2 - \Delta^2} / \hbar^2}$

Las soluciones formales de (7) y (8) son para nuestro caso:

$$B(z) = B(\infty) + \frac{im}{\hbar^2 k_{zF}} \int_z^\infty \left(2EB(z') - \Delta(Z')[1 + B^2(z')] \right) dz' \quad (12)$$

$$S(z) = k^+ z - \frac{mB(\infty)\Delta(\infty)}{\hbar^2 k_{zF}} \int_z^\infty \left(1 - \frac{B(z') \Delta(z')}{B(\infty) \Delta(\infty)} \right) dz' \quad (13)$$

La ecuación (13) se puede resolver iterativamente. Si tomamos $B(z')=B(\infty)$ se tiene $1+B^2=2EB/\Delta$ y

$$B^{(1)}(z) = B(\infty) \left[1 + \frac{2imE}{\hbar^2 k_{zF}} \int_z^\infty \left(1 - \frac{\Delta(Z')}{\Delta(\infty)} \right) dz' \right] \quad (14)$$

COEFICIENTES DE REFLEXIÓN Y TRANSMISIÓN

La densidad de corriente de cuasipartículas o de probabilidad es :

$$J_z = \frac{\hbar}{m} \text{Im} \left(u^* \frac{du}{dz} - v^* \frac{dv}{dz} \right) \quad (15)$$

De la conservación del flujo de probabilidad se cumple que $\mathbf{J}_{inc} = \mathbf{J}_{refl} + \mathbf{J}_{trans}$ de donde se tiene que $R+T=1$, siendo R y T los coeficientes de reflexión y transmisión definidos así

$$R = |\mathbf{J}_{z, refl}| / |\mathbf{J}_{z, inc}| ; T = |\mathbf{J}_{z, trans}| / |\mathbf{J}_{z, inc}| .$$

En nuestro caso la densidad de corriente de cuasipartículas es:

$$\begin{aligned} J_{inc} &= \frac{\hbar}{m} |U_+|^2 k_+, \quad J_{refl} = -\frac{\hbar}{m} |V_+|^2 k_-, \\ J_{trans} &= \frac{\hbar}{m} |U^+|^2 \left[1 - B^2(z) \right] \frac{dS(z)}{dz} \end{aligned} \quad (16)$$

Las condiciones de frontera en $z = 0$ para la función de onda son:

$$U_+ = U^+ e^{iS(0)} \quad V_+ = U^+ B(0) e^{iS(0)} \quad (17)$$

Y para los coeficientes de reflexión y transmisión se obtiene:

$$R = \frac{|V_+|^2}{|U_+|^2} \frac{k_-}{k_+} = B^2(0) \frac{k_-}{k_+}, \quad T = \frac{|U^+|^2}{|U_+|^2} [1 - B^2(z)] \frac{dS(z)}{dz} \frac{1}{k_+}, \quad (18)$$

Como T no depende de z , lo podemos evaluar en $z = \infty$, obteniendo

$$T = [1 - B^2(\infty)] \frac{dS(\infty)}{k_+ dz} = \frac{k^+}{k_+} \left[1 - \frac{\Delta^2}{(E + \sqrt{E^2 - \Delta(\infty)^2})} \right] \quad (19)$$

Para cualquier valor de z , T está dado por la ecuación (18), de la cual podemos obtener el valor de $\Delta(z)$:

$$\Delta(z) = \frac{E}{B(z)} + \frac{\hbar^2 k_{zF}^2}{B(z)m} \left[1 - T^2 \frac{k_+^2}{k_{zF}^2 [1 - B^2(z)]^2} \right] \quad (20)$$

esta última relación permitiría calcular el potencial de pares auto consistentemente.

CONCLUSIONES

Usando la aproximación BKJT hemos planteado un procedimiento que permite resolver las ecuaciones de Bogoliubov de Gennes para cualquier interfase NS en una forma completamente general. Mediante las soluciones obtenidas se calcularon los coeficientes de reflexión y transmisión para cualquier potencial de pares $\Delta(z)$. Si la energía del electrón incidente es menor que $\Delta(\infty)$ la probabilidad de las reflexiones de Andreev es uno. Finalmente se encontró una ecuación que permite calcular $\Delta(z)$ autoconsistentemente.

REFERENCIAS

- [1] W. Herrera, V. Niño, Rev. Col. Fis. **32**, 99 (2000).
- [2] W. Herrera, V. Niño, Rev. Col. Fis. **31**, 224 (1999).
- [3] J. Bardeen, J. Johnson, Phys. Rev. B **5**, 72 (1972).
- [4] R. Kümmel, Z. Phys. **218**, 472 (1969).
- [5] J. Bardeen, R. Kümmel, A. E. Jacobs and L. Tewordt, Phys. Rev. **187**, 556 (1969).
- [6] J. Demers, A. Griffin, Can. J. Phys. **49**, 185 (1971).
- [7] Kashiwaya, Y. Tanaka. Phys. Rev B **53**, 2667 (1996).
- [8] J. H. Xu, J. H. Miller, C. S. Ting, Phys. Rev. B **53**, 3604 (1996).
- [9] A. Furusaki, Superlattices and microstructures, **25**, 809 (1999).
- [10] Šipr, B. L. Györfy, J. Phys. Cond. Matt, **8**, 169 (1996).
- [11] A. Jacobs, R. Kümmel, H. Phehn, Superlattices and microstructures, **25**, 669 (1999).