

ESTUDIO DEL MOVIMIENTO DE UN CUERPO SOBRE UN PLANO INCLINADO ACCELERADO

A. Martínez, J. Mora, D. Quiroga y F. Fajardo.

Departamento de Física

Universidad Nacional de Colombia. Bogotá-Colombia

(Recibido 21 de Sep.2005; Aceptado 24 de May. 2006; Publicado 16 de Jun. 2006)

RESUMEN

Es usual estudiar el movimiento de cuerpos en sistemas acelerados, tomando como ejemplo el caso específico de un objeto sobre una cuña a la cual se le aplica una aceleración horizontal \mathbf{A} . El propósito de este trabajo es mostrar que este ejemplo común de los libros de física, es sencillo de montar con elementos que normalmente se encuentran a disposición en los laboratorios de mecánica. El experimento consistió en aplicar distintas aceleraciones a un plano inclinado con un ángulo fijo, β , hasta que materiales con superficies diferentes que se colocan sobre el plano se queden quietos. Mostramos que este problema se puede analizar como un sistema inercial sumergido en un nuevo campo gravitacional \mathbf{g}' (g efectiva), que surge de la suma vectorial del campo gravitacional terrestre \mathbf{g} y la aceleración del sistema \mathbf{A} .

Palabras Clave: Plano Acelerado, Principio Equivalencia

ABSTRACT

An object on a wedge to which is given horizontal acceleration \mathbf{A} , usually is taking as example to study the movement of bodies in accelerated systems. The assembling of this common example of physics books is simple with elements that normally exist in physics labs. In this experiment we fixed the wedge inclination at angle β and blocks with different surfaces were place on the wedge. Then for each surface we find the minimum acceleration \mathbf{A} for the block to remain on the wedge motionless. This problem can be analyzed like an inertial system submerged in a new gravitation field \mathbf{g}' (effective g), which appear from the vectors addition of terrestrial gravitation field \mathbf{g} and the system acceleration \mathbf{A} .

Keywords: Accelerator flat, equivalent principle.

1. Introducción

Una forma sencilla de enunciar el principio de equivalencia de Einstein es: un sistema acelerado con una aceleración \mathbf{a} es equivalente a un sistema sometido a una gravedad $\mathbf{g} = -\mathbf{a}$, y viceversa [1]. Para ilustrarlo un ejemplo utilizado comumente, es el de un hombre que tiene un objeto en su mano, y se encuentra en un elevador en reposo que esta inmerso en un campo gravitacional \mathbf{g} [2]. Si el deja caer el objeto, este se precipita al piso del elevador con una aceleración $a=g$. Ahora, consideremos la situación en que el hombre esta dentro de un elevador que se mueve hacia arriba en el espacio libre con una aceleración de magnitud $a=g$. Si en este último caso, el hombre suelta el objeto que tiene en la mano, observera que este se acelera hacia abajo nuevamente con una aceleración de magnitud g . Como se ve, desde el punto de vista del observador que esta en el elevador, dichos casos son indistinguibles, es decir no puede distinguir si esta inmerso en

un campo gravitacional o esta en un sistema acelerado. Como consecuencia del principio de equivalencia, un cuerpo que esta bajo la acción local de la gravedad terrestre y que a su vez es acelerado por una fuerza externa de otra naturaleza, se va a mover bajo el efecto de una gravedad efectiva. La magnitud y dirección de la gravedad efectiva estan dadas por la suma vectorial de la gravedad terrestre y la aceleración del sistema producida por la fuerza externa. En el caso específico en que se acelere un plano inclinado sobre el cual se coloca un cuerpo, dicho cuerpo se moverá sobre el plano de acuerdo a la gravedad efectiva presente.

En este trabajo, el análisis y comprobación de la validez del principio de equivalencia se ha realizado colocando un cuerpo en la superficie de un plano acelerado y verificar experimentalmente que para un determinado valor de la aceleración del plano, dicho cuerpo permanece en reposo con respecto al plano.

2. Desarrollo Teórico

Para un objeto sobre un plano acelerado, se tiene que la gravedad efectiva \mathbf{g}' que actúa sobre el cuerpo, es la suma vectorial del negativo de la aceleración dada al plano (\mathbf{A}) y la gravedad local presente (\mathbf{g}). Una representación de estas variables físicas se encuentra en la Figura 1(a). La aceleración \mathbf{A} es la que mide un observador inercial. De esta forma la gravedad efectiva \mathbf{g}' nos permite definir un nuevo plano de referencia, con respecto al cual estudiar el movimiento del cuerpo, cuyo ángulo de inclinación para el observador acelerado esta dado por:

$$\theta = \beta - \alpha \quad (1)$$

En donde α es el ángulo entre \mathbf{g} y \mathbf{g}' , el cual esta determinado por:

$$\tan \alpha = A/g \quad (2)$$

Así, si β es el ángulo de inclinación del plano para un observador inercial, con respecto al nuevo plano de referencia (ángulo de inclinación θ) el cuerpo se deslizará sobre éste como si permaneciese en reposo y la inclinación del plano estuviese dada por la ec(1).

A partir del diagrama de fuerzas representado en la Figura 1(b), que corresponde al sistema de referencia que se mueve con el cuerpo (sistema primado), se tiene que:

$$N' - mg' \cos \theta = 0 \quad mg' \sin \theta - \mu N' = ma \quad (3)$$

En donde μ es el coeficiente de rozamiento entre el cuerpo y el plano, \mathbf{a} es la aceleración del cuerpo con respecto al plano y N' es la fuerza normal.

Si el objeto no se deslizará ($\mathbf{a} = 0$) se tendría que el coeficiente de rozamiento estático estaría dado por la conocida expresión:

$$\mu = \tan \theta_1 \quad (4)$$

Donde θ_1 sería el ángulo crítico para el cuál el cuerpo comenzaría a deslizar sobre el plano inclinado.

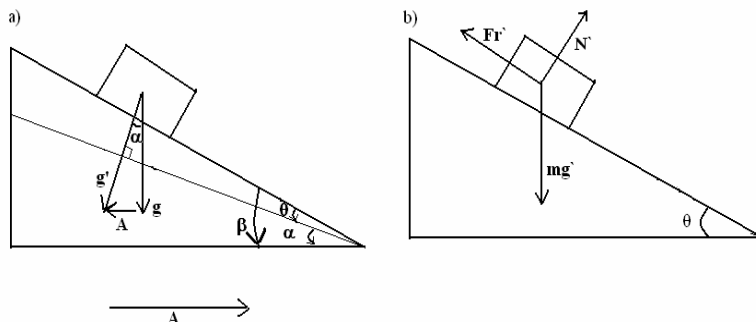


Figura No.1.a) Representación de las variables para estudiar el movimiento de un objeto sobre un plano inclinado acelerado. La gravedad efectiva es g' . b) Diagrama de fuerzas del objeto visto desde el sistema acelerado (primado).

Este ángulo crítico para nuestro caso lo podemos escribir como:

$$\theta_1 = \beta - \text{ArcTan}(A/g) \tag{5}$$

donde $\text{ArcTan}(A/g)$ sería de acuerdo con la ec(1) el ángulo α límite proveniente de la aceleración específica A del plano, que evitaría el movimiento del objeto.

3. Experimento

Para realizar el experimento un plano inclinado con ángulo de inclinación variable se montó sobre un carro, el cual podía deslizarse sobre un riel de 3 m que se colocó horizontalmente. Primero, sobre el plano inclinado se colocaron cubos de la misma masa pero con una superficie de contacto diferente en cada caso, esto para poder variar el coeficiente de rozamiento estático. A continuación se midió el coeficiente de fricción estático μ_e de los cubos con el plano inclinado.

Para esto medimos el ángulo límite para el cual los cubos empezaban a deslizarse sobre el plano inclinado en reposo.

Posteriormente se fijó un ángulo de inclinación $\beta = 40^\circ$, para el cual todas las superficies se deslizaban sobre el plano. El carro se aceleró por medio de una cuerda a la cual se le suspendían masas. Las masas se fueron variando en cada caso, hasta encontrar la aceleración mínima para la cual cada cubo permanecía en reposo sobre el plano inclinado. Las aceleraciones fueron medidas con la ayuda de foto compuertas PASCO colocadas en el riel sobre el que se deslizaba el sistema.

4. Análisis y Resultados.

La Figura (2a) muestra el coeficiente de fricción estático medido en función de la aceleración A , para la cual el objeto permanece en reposo sobre el plano inclinado. La curva de trazo continuo corresponde al ajuste de los datos experimentales de acuerdo a la ec(4). Vale la pena aclarar que en nuestro experimento como la aceleración de los cubos respecto al plano inclinado $a=0$, entonces $\theta_1 = \theta$. Nótese que los datos experimentales son bastante cercanos al ajuste teórico.

De las ecuaciones (4) y (5) se obtiene la siguiente expresión:

$$\arctan(\mu) = \beta - \arctan(A/g) \tag{6}$$

la cual se puede representar mediante una línea recta, con una pendiente $m = -1$ y el punto de corte igual a β . En la Figura 2(b) se muestra la gráfica de $\arctan(\mu)$ vs $\arctan(A/g)$, donde observamos que los puntos ajustan bien a una recta (línea continua) dada por:

$$\text{ArcTan}(\mu) = 37.5 - 0.7 \text{ArcTan}(A/g) \quad (7)$$

Para comparación en la Figura 2(b) también se muestra la línea a trazos que ajustaría los datos de acuerdo a la ec(6), es decir una pendiente $m = -1$ y un $\beta = 40^\circ$. El coeficiente de correlación obtenido para los datos fue de 0.96, y el porcentaje de error del ángulo β al compararlo con el valor experimental es de 6.5 %. Las discrepancias creemos se pueden disminuir si se toman en consideración algunos aspectos experimentales, como: i) el rozamiento del aire, ya que los cubos fueron hechos de balsa y las aceleraciones aplicadas pueden hacer que este tenga un efecto importante y ii) el sistema se puede mejorar haciéndolo mucho más rígido para que las vibraciones no afecten el movimiento del plano inclinado sobre el riel.

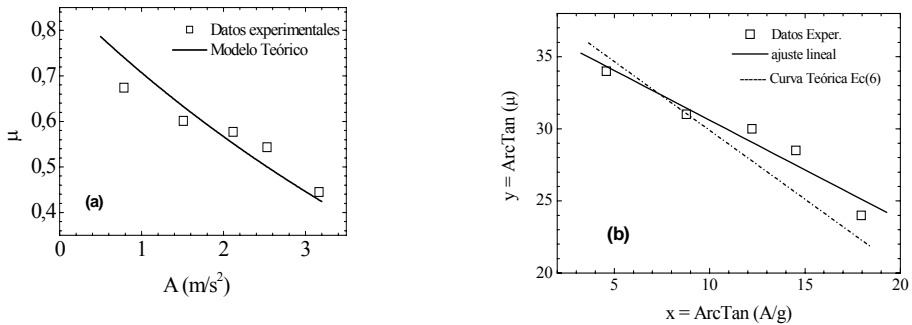


Figura No.2. a) Representación de μ estático en función de la aceleración del plano A. b) Gráfico de $\arctan(\mu)$ vs. $\arctan(A/g)$.

5. Conclusiones

En este trabajo se ha mostrado un experimento que sirve para ilustrar el principio de equivalencia, el cuál muy rara vez se realiza en los laboratorios de mecánica, a pesar de su gran importancia para el estudio de sistemas no inerciales. Este es un ejemplo más de que con experimentos sencillos construidos con materiales que están disponibles en nuestro medio, se puede ayudar a los estudiantes a comprender importantes principios físicos.

Referencias

- [1] F.H. Mateos, Rev. Española de Física, **11** 43 (1997).
- [2] D. Klepner and R. Kolenkow, “An introduction to mechanics”, Ed. Mc.Graw-Hill (1978).