

INVERSIÓN DE DATOS MAGNETOTELÚRICOS

Andrés González Melo¹, Edgar Muñoz Hidalgo¹, Alvaro Rugeles¹

¹Universidad de Nariño

(Recibido 09 de Sep.2005; Aceptado 20 de Jun. 2006; Publicado 20 de Nov. 2006)

RESUMEN

Se realiza un estudio de la estimación de la distribución de resistividades eléctricas del subsuelo a través de mediciones de los campos electromagnéticos en la superficie terrestre por medio del método magnetotelúrico. En forma general la tarea de cálculo de resistividades eléctricas implica la resolución de un problema directo que involucra el cálculo de los campos electromagnéticos en la superficie asumiendo un modelo de tierra plana de n -capas e implica la resolución de un problema inverso por medio del cual los datos electromagnéticos se ajustan a los datos predichos con los observados en superficie. El problema inverso se soluciona realizando un software en lenguaje Matlab.

Palabras claves: geofísica, Geomagnetismo.

ABSTRACT

It is a study estimation of electrical resistivity distribution of subsoil was done through electromagnetic field measurements on Earth surface by means of magnetotelluric method. In general form, the task of electrical resistivity calculus implies the resolution of a direct problem which involves the calculation of electromagnetic fields on surface this supposes a pattern of flat soil in N layers which aids to resolve an inverse problem through which electromagnetic data seen on the surface are adopted theoretically to data predicted. The inverse problem is solved to do a language software of Matlab programme.

Key words: Geophysics, Geomagnetism.

1. Introducción

Se denomina campo magnetotelúrico a las variaciones temporales de origen cósmico del campo electromagnético terrestre. El método magnetotelúrico utiliza el espectro de frecuencias de este campo, medido sobre la superficie de un terreno. La respuesta del subsuelo a la incidencia de las ondas planas de diferentes frecuencias contenidas en dicho espectro, comúnmente se presenta en forma de curvas de resistividad aparente, que dependen de las propiedades eléctricas del subsuelo. El método de inversión electromagnética de estas curvas conduce a una estimación de la distribución de la resistividad. En el presente trabajo la inversión de las curvas de resistividad aparente se realiza en el marco de la solución directa para el campo electromagnético originado cuando una onda plana incide perpendicularmente sobre la superficie de un modelo de Tierra plana de N capas homogéneas [1,2].

2. Modelo de tierra plana de n capas

La inversión de las curvas de resistividad aparente en el marco de un modelo de Tierra plana de N capas homogéneas parte de considerar la incidencia normal de una onda plana de frecuencia dada sobre dicho modelo (Fig. 1). Cada capa i ($i = 1, 2, 3, \dots, N$) esta caracterizada por un espesor

h_i , una resistividad ρ_i , siendo la permeabilidad magnética y la permitividad eléctrica de todas las capas iguales a las del espacio libre.

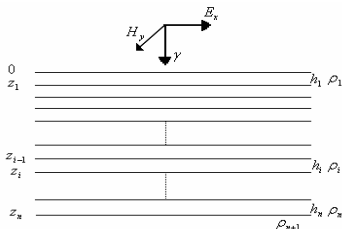


Fig.1. Incidencia normal de una onda plana sobre un modelo de tierra plana de N capas.

Las ondas transmitidas y reflejadas viajan en la dirección vertical y las intensidades y las fases de los campos totales eléctrico \vec{E} y magnético H_y son de la forma:

$$E_x = Ae^{i\omega t + \gamma z} + Be^{i\omega t - \gamma z}, \quad H_y = -\frac{\gamma}{i\omega\mu} [Ae^{i\omega t + \gamma z} - Be^{i\omega t - \gamma z}], \quad (1)$$

siendo A y B constantes, ω la frecuencia y γ es el número onda. El eje z se ha escogido en la dirección vertical. Ya que se utilizan frecuencias del orden de 1 Hz o menores, se pueden despreciar las corrientes de desplazamiento por lo que γ es aproximadamente igual a:

$$\gamma = \left(\frac{\omega\mu}{2\rho} \right)^{1/2} (1 + i) \quad (2)$$

Se define la impedancia de onda plana Z del medio como la razón de E_x y H_y . De la aplicación de esta definición y de (1) se tiene que:

$$Z = -\frac{i\omega\mu}{\gamma} \coth \left[\gamma z + \ln \sqrt{\frac{A}{B}} \right]. \quad (3)$$

Esta cantidad contiene información acerca de las propiedades eléctricas del subsuelo. A partir de (3) se expresa Z_0 en $z = 0$ (superficie terrestre) en términos de Z_1 en $z = h_1$ (fondo de la capa 1):

$$Z_0 = \frac{i\omega\mu}{\gamma_1} \coth \left[\gamma_1 h_1 - \coth^{-1} \left(\frac{\gamma Z_a}{i\omega\mu} \right) \right]. \quad (4)$$

De manera análoga a (4), Z_k en $z = z_k = h_1 + h_2 + \dots + h_k$ (fondo de la capa k) en términos de Z_{k+1} en $z = z_{k+1} = z_k + h_{k+1}$ (fondo de la capa $k + 1$) es:

$$Z_k = \frac{i\omega\mu}{\gamma_{k+1}} \coth \left[\gamma_{k+1} h_{k+1} - \coth^{-1} \left(-\frac{\gamma Z_{k+1}}{i\omega\mu} \right) \right]. \quad (5)$$

Cuando en (5) $k + 1 = N$, el espesor $h_{k+1} = h_N = \infty$ y Z_{N-1} sobre la última frontera $z = z_{N-1}$ es:

$$Z_{N-1} = \frac{i\omega\mu}{\gamma_N}. \quad (6)$$

Las formulas de recurrencia (4), (5) y (6) permiten obtener Z_0 en función de los espesores h_i y resistividades ρ_i de las N capas que conforman el modelo de Tierra plana de la Figura (1).

Cuando se considera el modelo más simple correspondiente a una tierra plana homogénea ($N=1$), la resistividad ρ_1 se conoce como resistividad aparente y se denota por ρ_a . Haciendo en (6) $N = 1$ y aplicando la definición de impedancia, ρ_a se define así:

$$\rho_a = \frac{|Z_0|^2}{\omega\mu} = \frac{1}{\omega\mu} \left| \frac{E_x}{H_y} \right|^2. \quad (7)$$

Con base en (7) y tomando E_x y H_y iguales a las componentes espectrales del campo magnetoteléurico medido sobre la superficie terrestre, se obtienen curvas experimentales de resistividad aparente en función de la frecuencia.

Modelo de dos capas. Cuando $N = 2$, el modelo de tierra de la Figura 1 se caracteriza por los parámetros: ρ_1, ρ_2, μ, h_1 y $h_2 = \infty$. De (7), teniendo en cuenta (4), (5) y (6) se tiene que

$$\rho_a = \rho_1 \frac{\cosh \left[4|\gamma_1| h_1 \cos \left(\frac{\pi}{4} \right) + 4 \operatorname{Re} \left\{ \coth^{-1} \left(\left(\frac{\rho_2}{\rho_1} \right)^{1/2} \right) \right\} \right] - 1 + 2 \sin^2 \left[2|\gamma_1| h_1 \sin \left(\frac{\pi}{4} \right) + 2 \operatorname{Im} \left\{ \coth^{-1} \left(\left(\frac{\rho_2}{\rho_1} \right)^{1/2} \right) \right\} \right]}{2 \left\{ \cosh \left[2|\gamma_1| h_1 \cos \left(\frac{\pi}{4} \right) + 2 \operatorname{Re} \left\{ \coth^{-1} \left(\left(\frac{\rho_2}{\rho_1} \right)^{1/2} \right) \right\} \right] - \cos \left[2|\gamma_1| h_1 \sin \left(\frac{\pi}{4} \right) + 2 \operatorname{Im} \left\{ \coth^{-1} \left(\left(\frac{\rho_2}{\rho_1} \right)^{1/2} \right) \right\} \right] \right\}^2}. \quad (8)$$

En la Figura 2 se muestran curvas teóricas de resistividad aparente para un modelo de dos capas construidas con base en (8) para un conjunto de valores de ρ_2/ρ_1 [3].

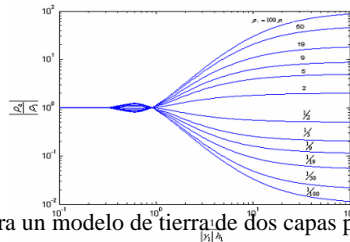


Fig. 2. Resistividad aparente para un modelo de tierra de dos capas para diferentes valores de ρ_2 / ρ_1 .

3. Resultados

La inversión de las curvas experimentales se realiza por medio del método de optimización no lineal [1] que permite ajustar las curvas experimentales a las curvas teóricas. El procedimiento se inicia con la escogencia del número de capas N del modelo a utilizar y los correspondientes valores iniciales de ρ_i y h_i ($i = 1, 2, 3, \dots, N$). Como resultado del procedimiento se determinan los valores óptimos de los parámetros h_i y ρ_i que hacen que la curva teórica se aproxime con cierta precisión la curva experimental. Lo anterior se ejecuta con ayuda de un programa elaborado en lenguaje MATLAB. Con base en este programa se invirtieron los datos magnetotelúricos de resistividad aparente para varias frecuencias que se muestran en la figura 3a.

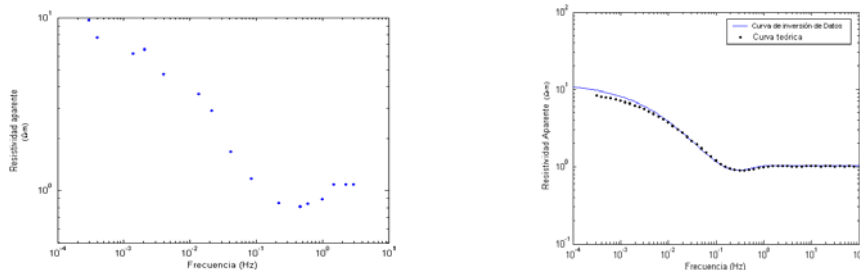


Fig. 3. a) Resistividad aparente en función de la frecuencia lineal, se utiliza en escala logarítmica. b) Comparación de la curva teórica de resistividad aparente con la curva experimental después de la inversión por optimización no lineal.

Se escogió $N = 2$; $\rho_{10} = 0.8076 \Omega \cdot m$ y $h_{10} = 966.7424 m$ para la primer capa; $\rho_{20} = 9.5892 \Omega \cdot m$ y $h_{20} = \infty$ para la segunda capa. Exigiendo una precisión de $\beta = 0.00061$, se obtienen los siguientes valores finales: $\rho_1 = 1.0331 \Omega \cdot m$, $\rho_2 = 12.2306 \Omega \cdot m$ y $h_1 = 1103.0684 m$. La curva de resistividad aparente para estos valores es la que mejor se aproxima a los datos experimentales como se muestra en la figura 3b.

Conclusiones

Se ha mostrado como obtener información de la estructura interna de la tierra, utilizando el método magnetotelúrico que es uno de los más útiles en el estudio subterráneo a grandes profundidades. Una de las dificultades presentadas por los métodos de inversión de datos es que al llevarlos a un lenguaje de programación estos requieren gran cantidad de memoria y almacenamiento, así como también relativamente prolongados tiempos de ejecución.

REFERENCIAS

[1] BERDICHEVSKY, Mark N. y DMITRIEV, Vladimir I.. Magnetotellurics in the Contexto of the Theory of ill-posed Problems. Ed. Michael R. Cooper. U.S.A. Oklahoma, 2002.
 [2] NABIGHIAN, Misac N.. Electromagnetic Methods in Applied Geophysics Theory. Volumen I. Ed. Society of Exploration Geophysicists, 1987.
 [3] KELLER, George V., Frischknecht, Frank C.. Electrical Methods In Geophysical Prospecting. Ed. Pergamon Press, Oxford – New York, 1970.