



Efecto De La Excentricidad Sobre Las Oscilaciones De Aharonov-Bohm En Un Anillo Cuántico Semiconductor

Effect of eccentricity on The Aharonov-Bohm oscillations in a semiconductor quantum ring

William A. Muñoz^a, Juan C. Granada E^a

^aDepartamento de Física, Universidad del Valle, A.A. 25360, Cali, Colombia

Recibido 23 de Oct. de 2007; Aceptado 2 de sep. de 2009; Publicado en línea 30 de Oct. 2009

Resumen

Se analiza el efecto asociado a la presencia de una pequeña excentricidad sobre los niveles más bajos de energía para un electrón en un anillo cuántico semiconductor, atravesado perpendicularmente por un campo magnético. Los cálculos se realizaron dentro de la aproximación de la masa efectiva considerando potenciales infinitos en la frontera. La corrección al autovalor de la energía se calculó mediante la adaptación del formalismo de perturbación de la condición de frontera interna del anillo al problema de Dirichlet, el cual se aplicó preliminarmente [1] para discutir efectos similares (en el marco del problema de Neumann) sobre las propiedades críticas de anillos superconductores. Se muestra que la excentricidad causa una disminución en las energías características para pequeños valores del flujo magnético. No obstante este efecto es despreciable para confinamientos radiales débiles. El periodo de las oscilaciones de Aharonov-Bohm permanece invariante bajo la corrección de segundo orden de la excentricidad.

Palabras Clave: Anillos Cuánticos, Oscilaciones de Aharonov-Bohm, Rompimiento de simetría.

Abstract

The eccentricity effect on the lower energy levels of an electron in a circular quantum ring in a perpendicular magnetic field is studied. The calculations are performed within of the effective-mass approximation considering an infinite potential at the boundary. The correction to the energy eigenvalue is calculated by means of the adaptation of the formalism of boundary conditions perturbation, which was proposed to the Neumann problem [1], to the Dirichlet problem. It is shown that the eccentricity make a decrease in the characteristic energy for lowers values of magnetic flux. Nevertheless, this effects is negligible for weak radial confinement. The period of the AB oscillations is invariant under the second-order correction of eccentricity.

Keywords: Quantum Rings, Aharonov-Bohm oscillations, Symmetry breaking.

©2009. Revista Colombiana de Física. Todos los derechos reservados.

1. Introducción

Los anillos cuánticos son sistemas mesoscópicos doblemente conexos cuyas propiedades pueden ser explicadas mediante la teoría de un solo electrón [2]. Para el caso particular de un anillo cuántico atravesado

perpendicularmente por un campo magnético se tiene que el Hamiltoniano de la partícula posee una simetría axial, lo cual permite una proyección bien definida del momentum angular $L_z = \hbar m$ en la dirección del campo. De aquí se obtiene que la energía muestra una dependencia parabólica con relación al flujo magnético

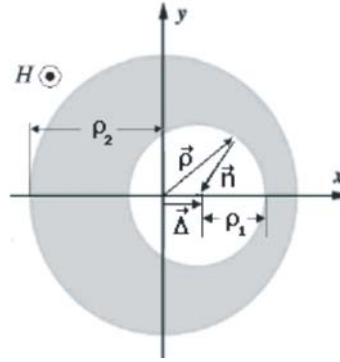


Figura 1. Esquema del Anillo

ϕ , con vértice en $\phi_0 = 2\pi\hbar/e$, para determinado valor del momentum angular m . De este modo al indexar la energía con m , transiciones periódicas entre estados con $\Delta m = 1$ se llevarían a cabo al aumentar el flujo magnético un cuanto de flujo ϕ_0 . Dichas oscilaciones son el resultado de un fenómeno de interferencia cuántica denominado efecto de Aharonov-Bohm. No obstante, imperfecciones geométricas como la excentricidad son muy comunes [3]. Puesto que se han demostrado efectos importantes en los niveles de energía de un electrón en un anillo cuántico asimétrico, el propósito de este trabajo es hallar el efecto particular de una pequeña excentricidad mediante el formalismo de perturbación de condición de la frontera basado en el teorema de Green dos-dimensional.

2. Corrección al autovalor de la energía

Consideremos un electrón de carga e y masa efectiva m^* dentro de un anillo cuántico en el plano (x, y) el cual está atravesado por un campo magnético H en la dirección \hat{z} y además presenta una pequeña excentricidad Δ como se muestra en la figura 1.

Denotando con $\tilde{\psi}$ y ψ la función de onda del problema perturbado (con excentricidad) y sin perturbar (sin excentricidad), respectivamente y γ y $\tilde{\gamma}$ los respectivos valores propios. Estas funciones satisfacen las ecuaciones:

$$\left(-\nabla_{(x,y)}^2 + \frac{2ie}{\hbar c} \vec{A} \cdot \nabla_{(x,y)} + \frac{e^2}{\hbar^2 c^2} |\vec{A}|^2\right) \begin{pmatrix} \psi \\ \tilde{\psi} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \gamma\psi \\ \tilde{\gamma}\tilde{\psi} \end{pmatrix} \quad (1)$$

Bajo las condiciones de frontera $\psi(\rho_2) = \psi(\rho_1) = 0$ y $\tilde{\psi}(\rho_2) = \tilde{\psi}(\vec{n} + \vec{\Delta}) = 0$. Para hallar la solución del problema no perturbado, transformemos la primera componente de la ecuación (1) a coordenadas polares; debido a la simetría del sistema concéntrico, la función de onda depende de la variable angular en la forma $\exp(-im\theta)$. Introduciendo una nueva variable indepen-

diente $\xi = \frac{M\omega}{2\hbar}\rho^2$ la ecuación radial de Schrodinger queda expresada como

$$\xi R'' + R' + \left(\beta - \frac{1}{4}\xi - \frac{1}{4}\frac{m^2}{\xi^2}\right) R = 0 \quad (2)$$

donde $\beta = \gamma - m/2$. De acuerdo al comportamiento de R en el limite para cuando ξ tiende a cero y a infinito nos permite expresar esta en la forma $R(\xi) = e^{-\frac{\xi}{2}} \xi^{\frac{|m|}{2}} w(\xi)$ donde $w(\xi)$ es una función que satisface la ecuación de Kummer, es decir que esta expresada en términos de funciones hipergeométricas confluentes $M(a, b, \xi)$ y $U(a, b, \xi)$, siendo $a = \beta + \frac{1}{2} + \frac{1}{2}|m|$ y $b = 1 + |m|$. De esta manera aplicando sucesivamente las condiciones de frontera ($\psi(\rho_1) = \psi(\rho_2) = 0$) a la solución hallada se llega a la ecuación trascendental.

$$\begin{aligned} &M\left(-\beta + \frac{1}{2} + \frac{1}{2}|m|, |m| + 1, \frac{\phi}{\phi_0}\rho_1^2\right) \\ &\times U\left(-\beta + \frac{1}{2} + \frac{1}{2}|m|, |m| + 1, \frac{\phi}{\phi_0}\right) \\ &- U\left(-\beta + \frac{1}{2} + \frac{1}{2}|m|, |m| + 1, \frac{\phi}{\phi_0}\rho_1^2\right) \\ &\times M\left(-\beta + \frac{1}{2} + \frac{1}{2}|m|, |m| + 1, \frac{\phi}{\phi_0}\right) = 0 \end{aligned} \quad (3)$$

donde $\rho_2 = 1$, de modo que ϕ se define como el flujo magnético a través de todo el anillo. Para hallar la corrección al autovalor $\tilde{\gamma}$ nos reemitimos al teorema de Green dos-dimensional para ambas funciones de onda

$$\int_A (\psi^* \nabla^2 \tilde{\psi} - \tilde{\psi} \nabla^2 \psi^*) ds = \oint_C \left(\tilde{\psi} \frac{\partial \psi^*}{\partial n} - \psi^* \frac{\partial \tilde{\psi}}{\partial n} \right) dl \quad (4)$$

donde la integral de área se extiende a la superficie comprendida por el anillo mientras que la integral de línea se evalúa a lo largo de la trayectoria descrita por la frontera interna del anillo concéntrico. Para resolver se aproxima $\tilde{\psi} \cong \psi$ para el lado izquierdo de (4) mien-

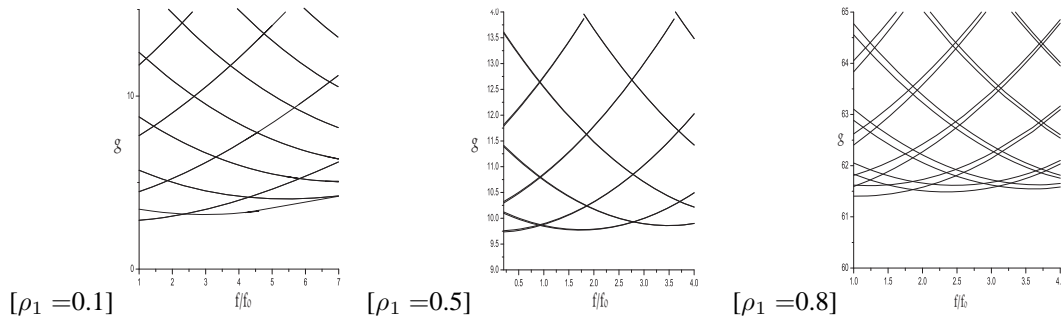


Figura 2. Energía normalizada γ y $\tilde{\gamma}$ en función del flujo magnético ϕ/ϕ_0

tras que para el lado derecho expandimos $\tilde{\psi}$ en series de Taylor alrededor de la pequeña excentricidad. De este modo se obtiene:

$$\tilde{\gamma} = \gamma + \frac{1}{4}\Delta^2 \frac{\left[\rho \frac{\partial^2 R}{\partial \rho^2} \frac{\partial R}{\partial \rho} - \left(\frac{\partial R}{\partial \rho} \right)^2 \right] \Big|_{\rho=\rho_1}}{\int_{\rho_1}^1 \rho |R(\rho)|^2 d\rho} \quad (5)$$

La relación (5) expresa la corrección que introduce la excentricidad del borde interno del anillo a los valores propios del problema con simetría azimutal. Nótese que dicha corrección es función cuadrática de la excentricidad.

3. Resultados y discusión

En la figura 2 se muestran los niveles más bajos de energía para un electrón en un anillo en función del flujo magnético, considerando diferentes valores del radio interno. El espectro correspondiente al anillo concéntrico (línea delgada) muestra las esperadas oscilaciones de Aharonov-Bohm. También es notable que tanto las energías características y el periodo de las oscilaciones son dependientes del confinamiento, ya que se muestra que a medida que aumenta el radio interno del anillo las energías características del electrón aumentan, mientras que el periodo de la transición disminuye. Respecto al espectro hallado para el anillo con una excentricidad $\Delta = 0.01$ (línea gruesa), se muestra que el efecto de este rompimiento de simetría azimutal hace que el electrón se localice en estados de menor energía, siendo la excentricidad un efecto predominante para pequeños valores de flujo magnético. Mientras que para grandes valores

del flujo magnético ambos espectros tienden a superponerse entre sí, lo que demuestra que el efecto del confinamiento magnético predomina para dicho rango. No obstante para el caso de débil confinamiento radial ($\rho_1 = 0.1$ y 0.5) se encuentra que esta disminución en la energía característica es despreciable. De otro lado, se observa que el rompimiento de simetría azimutal no causa cambio alguno en el periodo de las oscilaciones, lo que indica que la corrección al espectro de energía causada por la excentricidad, al menos en segundo orden de Δ , no tiene periodicidad en el flujo magnético.

4. Conclusiones

La corrección al autovalor de la energía hecha mediante el formalismo de perturbación de la condición de frontera interna del anillo muestra que el efecto de la excentricidad consiste en una disminución de las energías características del electrón, la cual es significativa para el caso de alto confinamiento radial y flujos magnéticos pequeños. Aunque los resultados no muestran algún tipo de variación del periodo de las oscilaciones de Aharonov-Bohm con la excentricidad, consideramos que métodos más rigurosos demostrarían la inhibición de las oscilaciones como corrección en primer orden de la excentricidad.

Referencias

- [1] E. Moncada, F. Segovia, J.C. Granada, *Microelectron. J* (2007)
- [2] S. Viefers *et al*, *Physica E* **21** 1 (2004).
- [3] A. Fuhrer *et al*, *Nature (London)* **413** 822 (2001).