



Dinámica de un sistema de dos niveles controlado por un campo externo acoplado a un detector no lineal

Dynamics of a two-level system controlled by a field external coupled to a nonlinear detector

V. Leyton ^{a,c}, V. Peano ^{b,c}, J. H. Reina ^a

^aGrupo de Tecnología, Información y Complejidad Cuántica, Universidad del Valle, Departamento de Física, A. A. 25360, Cali, Colombia

^bInstitut für Theoretische Physik, Heinrich-Heine-Universität Düsseldorf, 40225 Düsseldorf, Germany

^cFreiburg Institute for Advanced Studies (FRIAS), Albert-Ludwigs-Universität Freiburg, D-79104 Freiburg i.Br., Germany

Recibido 22 de Sep. 2008; Aceptado 2 de Sep. 2009; Publicado en línea 30 de Oct. 2009

Resumen

Se presenta un qubit de flujo controlado por medio de un campo externo periódico en el tiempo, con un transistor electrónico simple en su régimen no lineal, como detector. Se considera el ambiente del qubit representado por el detector, el cual a su vez está acoplado a un ambiente Ohmico. Por medio de la ecuación maestra de Floquet-Born-Markov se analiza el comportamiento de la diferencia de poblaciones en el qubit, presentando el efecto del acoplamiento del sistema de dos niveles con el detector: este exhibe picos antiresonantes debido a transiciones multifotónicas entre estados de Floquet.

Palabras Clave: Qubits de flujo, dc-SQUID, oscilador no lineal, ecuación maestra de Born-Markov

Abstract

We study a qubit system externally driven by a time periodic external field, with a single electron transistor in the nonlinear regime as the detector of the qubit's state. The qubit's dissipative dynamics mainly takes place due to the linear coupling with the detector; the latter is, in turn, coupled to an Ohmic environment. In the Born-Markov regime, we calculate the qubit's populations difference in presence of the detector: we find antiresonant peaks due to multiphoton transitionss between Floquet states.

Keywords: Flux qubits, dc-SQUID, nonlinear oscillator, Born-Markov master equation

©2009. Revista Colombiana de Física. Todos los derechos reservados.

1. Introducción

Bits cuánticos (qubits) superconductores son candidatos promisorios para la implementación de computación cuántica, debido a su escalabilidad y alto grado de control macroscópico. Varios diseños de circuitos superconductores se han realizado involucrando junturas Josephson, definiendo el estado del qubit por medio de las variables dinámicas del circuito (carga, flujo, diferencia de fase, etc.). Una manera de implementar un qubit o sistema de dos niveles (TSS), es definir su estado a través de la carga superconductora presente en un

capacitor formado por una juntura Josephson [3] (caja de pares de Cooper). Trabajos experimentales y teóricos se han hecho considerando como detector un transistor electrónico simple (SET) acoplado linealmente al sistema de dos niveles. El SET es modelado por medio del Hamiltoniano de un oscilador armónico bicuadrático (CHO) [2]. El ambiente disipativo del qubit está representado por el SET, que a su vez está acoplado a un baño Ohmico. Se presenta un control externo periódico en el tiempo sobre el qubit, de esta forma la competencia entre este control externo y la dinámica del sistema acoplado TSS-CHO genera transiciones multi-

fotónicas adicionales, las cuales pueden ser explicadas considerando el espectro del sistema acoplado.

2. Qubit controlado acoplado linealmente a un detector macroscópico no lineal

El sistema de dos niveles es descrito por el siguiente Hamiltoniano ($\hbar = 1$) [8],

$$H_{qb}(t) = -\frac{\Delta}{2}\hat{\sigma}_x - \frac{\varepsilon(t)}{2}\hat{\sigma}_z, \quad (1)$$

donde $\hat{\sigma}_i$ son las matrices de Pauli, Δ es la energía de tunelamiento y $\varepsilon(t) = \varepsilon_0 + \varepsilon \cos(\omega_{ex}t)$ describe el efecto combinado del control periódico en el tiempo con frecuencia ω_{ex} (control ac), y la asimetría. Cuando $\varepsilon = 0$, la separación entre los niveles viene dada por la siguiente expresión

$$\nu = \sqrt{\varepsilon_0^2 + \Delta^2}. \quad (2)$$

El TSS es disipado exclusivamente por el acoplamiento lineal con el detector, el cual es modelado a través de un oscilador armónico bicuadrático. El Hamiltoniano del sistema total viene dado por

$$H(t) = H_{qb}(t) + g(a + a^\dagger)\hat{\sigma}_z + \Omega a a^\dagger + \frac{\alpha}{4}(a + a^\dagger)^4, \quad (3)$$

donde g es la constante de acoplamiento entre el TSS y el detector, Ω es la frecuencia propia del detector, a^\dagger (a) es el operador de creación (destrucción) en la dinámica del detector en su régimen lineal y, finalmente, α es la no linealidad del detector.

3. Formalismo de Floquet

Para reducir la complejidad de un sistema físico, puede ser conveniente analizar sus simetrías para obtener un bosquejo apropiado de las soluciones de las ecuaciones de movimiento. En mecánica cuántica, una simetría es expresada por medio de un operador \mathcal{S} que deja invariante la ecuación de Schrödinger

$$\left(H(t) - i\frac{\partial}{\partial t} \right) |\varphi(t)\rangle = 0, \quad (4)$$

es decir, que conmuta con el operador $H(t) - i\partial_t$. De esta forma, las soluciones de la ecuación de Schrödinger son, salvo por un factor de fase, funciones propias del operador de simetría [9].

Para un Hamiltoniano periódico en el tiempo ω_{ex} , $H(t) = H(t + \frac{2\pi}{\omega_{ex}})$, de frecuencia ω_{ex} , el operador de simetría relacionado es una traslación discreta en el tiempo por un periodo $T = \frac{2\pi}{\omega_{ex}}$,

$$\mathcal{S}_T : t \rightarrow t + T. \quad (5)$$

Como la operación de simetría dada conserva la norma de la función de onda, los valores propios de \mathcal{S} son factores de fase puros y se puede asumir para una función propia $|\varphi(t)\rangle$ el valor propio $\exp(-i\theta)$, $\theta \in \mathbb{R}$,

$$\mathcal{S}_T |\varphi(t)\rangle = |\varphi(t + T)\rangle = e^{-i\theta} |\varphi(t)\rangle. \quad (6)$$

Así, por una parte, la ecuación Schrödinger para un Hamiltoniano periódico en el tiempo sugiere una solución de la forma:

$$|\varphi(t)\rangle = e^{-i\varepsilon t} |\phi(t)\rangle; \quad (7)$$

por otro lado, la ecuación de valores propios (6) sugiere la condición, $\phi(t) = \phi(t + T)$. Así que para un sistema que obedece una simetría traslacional discreta en el tiempo, hay un conjunto completo $\{\varphi_\alpha\}$ de soluciones de la ecuación de Schrödinger de la forma:

$$|\varphi_\alpha\rangle = e^{-i\varepsilon_\alpha t} |\phi_\alpha(t)\rangle, \quad (8)$$

$$|\phi_\alpha(t)\rangle = |\phi_\alpha(t + T)\rangle, \quad (9)$$

conocido como el teorema de Floquet. Las soluciones (9), se denominan estados de Floquet.

Sin embargo, una solución general de la ecuación de Schrödinger (4) está dada por una superposición de muchos estados de Floquet,

$$|\varphi(t)\rangle = \sum_{\alpha} u_{\alpha} e^{-i\varepsilon t} |\phi_{\alpha}(t)\rangle \quad (10)$$

y en general no es de la forma (7). Los estados de Floquet $|\phi_{\alpha}(t)\rangle$ no son soluciones de la ecuación de Schrödinger, en contraste con $|\varphi_{\alpha}\rangle$. Los términos ε_{α} tienen dimensiones de energía y en sistemas controlados periódicamente juegan un rol análogo al de las energías en sistemas independientes del tiempo. En analogía al cuasimomento de los electrones en sistemas periódicos espacialmente, estos términos son denominados cuasienergías.

Reemplazando (7) en la ecuación de Schrödinger, se obtiene la ecuación de valores propios para los estados de Floquet [10],

$$\mathcal{H}(t)|\phi(t)\rangle = \varepsilon|\phi(t)\rangle, \quad (11)$$

con el Hamiltoniano de Floquet dado por:

$$\mathcal{H} = H(t) - i\frac{\partial}{\partial t}. \quad (12)$$

3.1. Espacio de Hilbert compuesto

El estado $|\varphi(t)\rangle$ de un sistema, como también los estados de Floquet $|\phi(t)\rangle$, son elementos del espacio de Hilbert \mathcal{R} , el cual describe los grados de libertad del

sistema. Para una partícula ligada a moverse en un potencial, \mathcal{R} es el espacio de funciones de cuadrado integrable. En muchos casos, \mathcal{R} puede ser aproximado por un espacio de Hilbert de dimensión finita.

Es posible describir la dependencia temporal de los estados de Floquet en el marco de una teoría del espacio de Hilbert. De acuerdo a la ecuación (9), los estados de Floquet son elementos del espacio de funciones periódicas de frecuencia ω_{ex} , denotado por \mathcal{T} [11]. Un producto interno sobre \mathcal{T} es definido por:

$$\{f, g\} = \frac{\omega_{\text{ex}}}{2\pi} \int_0^{\frac{2\pi}{\omega_{\text{ex}}}} dt f^*(t)g(t) \quad (13)$$

y un conjunto de funciones base ortonormalizadas:

$$\varphi_n(t) = e^{-in\omega_{\text{ex}}t}, \quad n \in \mathbb{Z}. \quad (14)$$

Para una notación independiente de la base, se definen los vectores $|n\rangle_{\mathcal{T}}$ de la siguiente forma

$$\varphi_n(t) = \langle t|n\rangle_{\mathcal{T}}. \quad (15)$$

Para evitar confusión con elementos del espacio \mathcal{R} , se ha etiquetado estos vectores con el subíndice \mathcal{T} . El conjunto base $\{\varphi_n\}$ es ortonormal y completo,

$$\frac{\omega_{\text{ex}}}{2\pi} \sum_n \varphi_n^*(t)\varphi_n(t') = \delta_{\mathcal{T}}(t-t'), \quad (16)$$

donde $\delta_{\mathcal{T}}(t)$ denota la función delta de Dirac periódica en el tiempo.

Se puede combinar la dependencia periódica en el tiempo de los estados de Floquet con sus grados de libertad espacial y se interpretan como elementos de un espacio de Hilbert compuesto $\mathcal{R} \otimes \mathcal{T}$. El producto interno (13) es extendido de la siguiente forma,

$$\langle\langle\phi|\phi'\rangle\rangle = \frac{\omega_{\text{ex}}}{2\pi} \int_0^{2\pi/\Omega} dt \langle\phi(t)|\phi'(t)\rangle. \quad (17)$$

Los elementos de espacio de Hilbert compuesto, escritos en la “representación temporal”, son estados periódicos en el tiempo con frecuencia ω_{ex} ,

$$\langle t|\phi\rangle \equiv |\phi(t)\rangle = |\phi(t+T)\rangle \quad (18)$$

La descomposición de un estado $|\phi(t)\rangle$ en un conjunto de funciones base (14) es equivalente a su representación en series de Fourier,

$$|\phi_{\alpha}(t)\rangle = \sum_n e^{-in\omega_{\text{ex}}t} |c_{\alpha,n}\rangle, \quad (19)$$

$$|c_{\alpha,n}\rangle = \frac{\omega_{\text{ex}}}{2\pi} \int_0^{2\pi/\omega_{\text{ex}}} dt e^{in\omega_{\text{ex}}t} |\phi_{\alpha}(t)\rangle. \quad (20)$$

Los modos de Fourier en este contexto son también llamados canales de Floquet.

4. Ecuación maestra de Floquet-Born-Markov

En esta se unifica la aproximación de la ecuación maestra Markoviana con el formalismo de Floquet descrito en secciones anteriores. Este tratamiento es adecuado cuando se considera un acoplamiento débil entre el sistema y su entorno, para una intensidad arbitraria del control externo, puesto que el formalismo de Floquet es exacto. Para comenzar con esta descripción de la ecuación maestra, se proyecta la matriz densidad sobre un conjunto de soluciones de Floquet $\{|\phi_{\alpha}(t)\rangle\}$. Esta selección no es única ya que hay un número infinito de vectores propios del Hamiltoniano de Floquet que corresponden a la misma solución de la ecuación de Schrödinger. La matriz densidad es representada de la siguiente forma

$$\rho_{\alpha,\beta} = \langle\phi_{\alpha}(t)|\rho(t)|\phi_{\beta}(t)\rangle. \quad (21)$$

Derivando con respecto al tiempo esta expresión se obtiene

$$\dot{\rho}_{\alpha,\beta}(t) = -i\langle\phi_{\alpha}(t)| \left[i\overleftarrow{\frac{d}{dt}}\rho + [H(t), \rho] + i\mathcal{L}\rho + i\rho\overrightarrow{\frac{d}{dt}} \right] |\phi_{\beta}(t)\rangle. \quad (22)$$

Para expresar el superoperador \mathcal{L} en esta base, es necesario calcular los siguientes términos:

i) *El valor medio del operador de posición:*

$$x_{\alpha,\beta}(t) = \langle\phi_{\alpha}(t)|x|\phi_{\beta}(t)\rangle = \sum_n e^{-n\omega_{\text{ex}}t} x_{\alpha\beta,n}. \quad (23)$$

La transformada de Fourier del valor medio del operador $x_{\alpha\beta,n}$ puede ser expresado en términos de la transformada de Fourier de los estados de Floquet (19), de la siguiente forma

$$x_{\alpha\beta,n} = \sum_j \langle c_{\alpha,j}|x|c_{\beta,j+n}\rangle. \quad (24)$$

ii) *Los términos de ruido y fricción:*

$$\begin{aligned} Q_{\alpha\beta}(t) &= \int_0^{\infty} d\tau K(\tau) \langle\phi_{\alpha}(t)|U_0^{\dagger}(t-\tau, t) x U_0(t-\tau, t)|\phi_{\beta}(t)\rangle \\ &= \int_0^{\infty} d\tau K(\tau) e^{-i(\varepsilon_{\alpha}-\varepsilon_{\beta})\tau} \langle\phi_{\alpha}(t-\tau)|x|\phi_{\beta}(t-\tau)\rangle \\ &= \sum_n e^{-in\omega_{\text{ex}}t} \left[\int_0^{\infty} d\tau K(\tau) e^{-i(\varepsilon_{\alpha}-\varepsilon_{\beta}-n\omega_{\text{ex}})\tau} \right] x_{\alpha\beta,n}. \end{aligned} \quad (25)$$

De manera análoga se obtiene

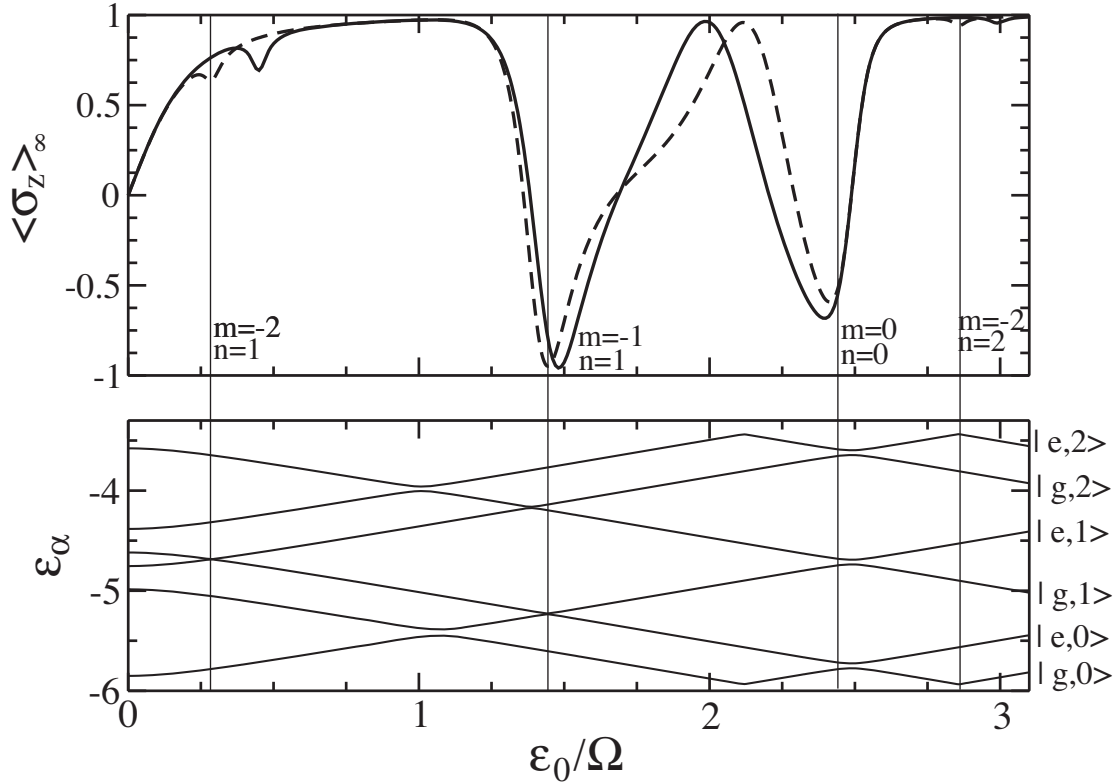


Figura 1. (Gráfica superior) Comportamiento de la diferencia de poblaciones en el sistema de dos niveles, considerando el detector en su régimen lineal (línea continua) y en su régimen no lineal (línea punteada). Los picos antiresonantes presentan un corrimiento de acuerdo a la condición de resonancia dada por la Ec. (38). (Gráfica inferior) Espectro de cuasienergías de Floquet considerando el detector en el régimen no lineal. Como se puede observar, los picos antiresonantes corresponden a anticruces, o intercambio de fotones entre estados de Floquet.

$$\begin{aligned}
 P_{\alpha,\beta}(t) &= \int_0^\infty d\tau \gamma(\tau) e^{-i(\epsilon_\alpha - \epsilon_\beta)\tau} \langle \phi_\alpha(t - \tau) | p | \phi_\beta(t - \tau) \rangle \\
 &= -\frac{m}{2} \int_0^\infty d\tau \gamma(\tau) e^{-i(\epsilon_\alpha - \epsilon_\beta)\tau} \times \\
 &\quad \left(\langle \phi_\alpha(t - \tau) | \left[\pm i \frac{\overleftarrow{d}}{dt} + H(t), x \right] | \phi_\beta(t - \tau) \rangle - \right. \\
 &\quad \left. i \frac{d}{dt} \langle \phi_\alpha(t - \tau) | x | \phi_\beta(t - \tau) \rangle \right) \\
 &= -\frac{m}{2} \left(\epsilon_\alpha - \epsilon_\beta - i \frac{d}{dt} \right) \times \\
 &\quad \left[\int_0^\infty d\tau \gamma(\tau) e^{-i(\epsilon_\alpha - \epsilon_\beta)\tau} x_{\alpha,\beta}(t - \tau) \right]. \quad (26)
 \end{aligned}$$

En la anterior expresión se ha utilizado la derivada temporal $\pm \frac{\overleftarrow{d}}{dt}$, donde el signo positivo (negativo) corresponde a la aplicación de la derivada a la izquierda (derecha). En la segunda línea se ha usado la relación

canónica $p/m = -i[x, H(t)]$. Los términos (25) y (26) adoptan la siguiente forma en la base de Floquet:

$$(P + Q)_{\alpha\beta} = \sum_n e^{-in\omega_{ex}} N_{\alpha\beta,-n} x_{\alpha\beta,n}, \quad (27)$$

$$(P - Q)_{\alpha\beta} = \sum_n e^{-in\omega_{ex}} N_{\alpha\beta,n} x_{\alpha\beta,n}, \quad (28)$$

donde $N_{\alpha\beta,n}$ es definido de la siguiente forma

$$\begin{aligned}
 N_{\alpha\beta,n} &= N(\epsilon_\alpha - \epsilon_\beta + n\omega_{ex}), \\
 N(\epsilon) &= J(|\epsilon|) [n_{th}(|\epsilon|) + \Theta(-\epsilon)], \quad (29)
 \end{aligned}$$

en términos de la densidad de estados del baño $J(|\epsilon|)$, el número de ocupación bosónico

$$n_{th}(\epsilon) = \frac{1}{2} \left[\coth \left(\frac{\epsilon}{2k_B T} \right) - 1 \right], \quad (30)$$

y la función de Heaviside $\Theta(x)$.

Se puede notar que la función $N(\epsilon)$ en (29) diverge para bajas energías ($s < 1$). Esto indica que la aproximación perturbativa no es apropiada para entornos cuya densidad espectral es sub-Óhmica. Por esta razón se

establece la restricción a entornos con densidades espectrales Óhmica ó super-Óhmica.

La ecuación maestra Markoviana en la base de los estados de Floquet tiene la siguiente forma [12,13],

$$\begin{aligned} \dot{\rho}_{\alpha\beta}(t) = & -i(\varepsilon_\alpha - \varepsilon_\beta)\rho_{\alpha\beta}(t) + \sum_{\alpha',\beta'} \sum_{n,n'} e^{-i(n+n')\omega_{\text{ext}}t} \times \\ & [(N_{\alpha\alpha',n} + N_{\beta\beta',n'})x_{\alpha\alpha',n} \rho_{\alpha\beta'} x_{\beta'\beta,n'} - \\ & N_{\beta'\alpha',-n'}x_{\alpha,\beta',n}x_{\alpha',\beta',n'}\rho_{\alpha'\beta} - \\ & N_{\beta'\alpha',n'}\rho_{\alpha\beta'}x_{\beta',\alpha',n'}x_{\alpha',\beta,n}]. \end{aligned} \quad (31)$$

Llevando a cabo una *aproximación de onda rotante moderada* [14], que consiste en reemplazar aquellos términos que dependen del tiempo por su promedio temporal sobre el período del control externo $T = 2\pi/\omega_{\text{ext}}$, se obtiene como resultado la siguiente expresión

$$\begin{aligned} \dot{\rho}_{\alpha\beta}(t) = & \sum_{\alpha'\beta'} \mathcal{M}_{\alpha\beta,\alpha'\beta'} \rho_{\alpha'\beta'}(t) \\ = & \sum_{\alpha'\beta'} [-i(\varepsilon_\alpha - \varepsilon_\beta)\delta_{\alpha\alpha'}\delta_{\beta\beta'} + \mathcal{L}_{\alpha\beta,\alpha'\beta'}] \rho_{\alpha'\beta'}(t), \end{aligned} \quad (32)$$

con las ratas de disipación

$$\begin{aligned} \mathcal{L}_{\alpha\beta,\alpha'\beta'} = & \sum_n (N_{\alpha\alpha',-n} + N_{\beta\beta',-n})x_{\alpha\alpha',n}x_{\beta'\beta,-n} \\ & - \delta_{\alpha\alpha'} \sum_{\alpha'';n} N_{\alpha''\beta',-n}X_{\beta'\alpha'',-n}x_{\alpha'\beta,n} \\ & - \delta_{\beta\beta'} \sum_{\beta'';n} N_{\beta''\alpha',-n}X_{\alpha\beta'',-n}x_{\beta''\alpha',n}. \end{aligned} \quad (33)$$

El operador \mathcal{M} en la ecuación (32) es una matriz de dimensión $4m^2 \times 4m^2$, cuando el espacio de Hilbert total del oscilador anarmónico ha sido truncado a un subespacio m -dimensional. Con fines prácticos, en el presente trabajo se ha tomado $m = 25$. De esta forma el operador \mathcal{M} puede ser diagonalizado numéricamente por medio de un procedimiento estándar. Este procedimiento puede ser formalizado en términos de una transformación de diagonalización S por la siguiente ecuación de valores propios

$$\sum_{\gamma\delta,\gamma'\delta'} (S^{-1})_{\alpha\beta,\gamma\delta} \mathcal{M}_{\gamma\delta,\gamma'\delta'} S_{\gamma'\delta',\alpha'\beta'} = \Gamma_{\alpha\beta} \delta_{\alpha\alpha'} \delta_{\beta\beta'}, \quad (34)$$

donde $\Gamma_{\alpha\beta}$, representa los valores propios del operador \mathcal{M} . La ecuación maestra (32) preserva la traza del operador densidad ρ , por tanto hay valores propios $\Gamma_{\alpha\beta} \equiv \Gamma_{\alpha\beta}^\infty = 0$ que caracterizan la solución estacionaria de

la ecuación maestra $\rho_{\alpha\beta}^\infty$. Como consecuencia de la estructura de la ecuación (32), hay dos clases de valores propios del operador \mathcal{M} : *i*) la primera clase tiene parte imaginaria nula correspondientes a valores propios individuales (asociados a la *relajación*) y *ii*) la segunda clase, conformada por valores propios con parte imaginaria no nula, corresponden a pares de valores propios conjugados complejos (asociados al *desfasamiento*), es decir, $\Gamma_{\alpha\beta,\text{min}}^{(1)} = \Gamma_{\alpha\beta,\text{min}}^{(2)*}$, con el valor absoluto mas pequeño, distinto de cero, en la parte real del conjunto de valores propios. Finalmente, la solución de la ecuación maestra puede ser formalmente escrita de la siguiente forma

$$\rho_{\alpha\beta}(t) = \rho_{\alpha\beta}^\infty + \sum_{\gamma\delta,\gamma'\delta'} S_{\alpha\beta,\gamma\delta} (S^{-1})_{\gamma\delta,\gamma'\delta'} e^{\Gamma_{\gamma\delta} t} \rho_{\gamma'\delta'}(t_0) \quad (35)$$

El primer término al lado derecho de la anterior ecuación corresponde a la solución estacionaria de la ecuación maestra (32), el resto de los términos son despreciados cuando se considera el comportamiento del operador densidad para largos tiempos:

$$0 = -i(\varepsilon_\alpha - \varepsilon_\beta)\rho_{\alpha\beta} + \sum_{\alpha'\beta'} \mathcal{L}_{\alpha\beta,\alpha'\beta'} \rho_{\alpha'\beta'}. \quad (36)$$

De esta forma se puede calcular la diferencia de poblaciones $\langle \hat{\sigma}_z(t) \rangle_\infty = \sum_{\alpha\beta} \rho_{\alpha\beta} \hat{\sigma}_{z\beta\alpha}(t)$ y la respuesta no lineal del detector $\langle X(t) \rangle_\infty = \sum_{\alpha\beta} \rho_{\alpha\beta} X_{\beta\alpha}(t)$, en el estado de equilibrio. En particular, el valor medio de la diferencia de poblaciones viene dado por la expresión $P_\infty = \sum_{\alpha\beta} \rho_{\alpha\beta} \hat{\sigma}_{z\beta\alpha,0}$, donde $\hat{\sigma}_{z\beta\alpha,0} = \sum_j \langle \hat{\phi}_{\alpha j} | \hat{\sigma}_z | \hat{\phi}_{\beta j} \rangle$. Cuando se eliminan aquellos términos que contribuyen con altas frecuencias, la respuesta no lineal está determinada por $\langle \mathcal{X} \rangle = A \cos(\omega_{\text{ext}}t + \varphi)$, con la amplitud de oscilación $A = 2 \left| \sum_{\alpha\beta} \rho_{\alpha\beta} X_{\beta\alpha,+1} \right|$.

5. Resultados y discusión

Considerando el régimen donde el acoplamiento entre el TSS y el detector, el control externo y la no linealidad, son pequeños comparados con otras escalas de energía ($g, \varepsilon, \alpha \ll \Omega, \nu, \omega_e x$), se puede realizar un análisis acerca del comportamiento de la diferencia de poblaciones en el TSS. El Hamiltoniano de Floquet se puede representar como la suma de una parte diagonal, la cual se interpreta como un Hamiltoniano no perturbado, y otra no diagonal que se interpreta como una perturbación, teniendo en cuenta el régimen inicialmente planteado.

La parte diagonal del Hamiltoniano viene dada por la siguiente expresión

$$(\mathcal{H})_{g(e)mn,g(e)mn} = \mp \frac{\nu}{2} + m\Omega + \frac{3}{4}\alpha m(m+1) + n\omega_e x \quad (37)$$

donde se ha utilizado la base $\{|g/e, m, n\rangle\}$ que se compone de los dos posibles autoestados del TSS (g -fundamental, e -excitado), de los estados de la parte lineal del detector (m , oscilador armónico) y, finalmente, del índice de Fourier (n).

A partir de la expresión (37) se pueden obtener aquellos valores de la asimetría en el TSS ε , donde el Hamiltoniano no perturbado presenta estados degenerados. La degeneración se remueve como efecto de la perturbación o parte no diagonal. De esta forma se establece las condición en la asimetría del TSS para la cual hay intercambio de fotones:

$$\nu \approx n\omega_e x \pm m\Omega \pm \frac{3}{4}\alpha m(m+1). \quad (38)$$

En consecuencia, se presentan transiciones entre diferentes estados de Floquet, afectando la diferencia de poblaciones en el TSS. Los picos antiresonantes se presentan bajo la condición mencionada, para el segundo (mas relevante, $m = -1$, $n = 1$) se presenta cómo el control externo induce transiciones desde $|g, 0\rangle$ hacia $|e, 1\rangle$, donde el acoplamiento directo del detector con el ambiente causa un rápido decaimiento: $|e, 1\rangle \rightarrow |e, 0\rangle$ [8,7]. La transición $|g, 0\rangle \rightarrow |e, 0\rangle$ compite con el decaimiento $|e, 0\rangle \rightarrow |g, 0\rangle$, pero este último proceso es mucho mas lento debido a que el TSS no está directamente acoplado al ambiente, por tanto hay una inversión en la población.

6. Conclusiones

Se ha presentado un análisis cuantitativo del efecto de un detector no lineal sobre el comportamiento de la dinámica de un sistema de dos niveles o qubit a partir del cálculo directo de la diferencia de poblaciones,

considerando que el ambiente de este último está representado exclusivamente por el acoplamiento con el detector. Se encuentra que el efecto del acoplamiento del sistema de dos niveles con el detector produce picos antiresonantes debido a transiciones multifotónicas entre estados de Floquet.

Agradecimientos

Agradecemos a M. Thorwart por discusiones relevantes durante el desarrollo de este trabajo; a Colciencias por la financiación parcial del mismo a través de los proyectos de investigación 1106-452-21296 y 1106-14-17903, y al programa de intercambio científico PROCOL (DAAD-Colciencias).

Referencias

- [1] J. E. Mooij, *et al.*, Science **285**, 1036 (1999)
- [2] A. Shnirman, G. Schön y Z. Hermon, Phys. Rev. Lett. **79**, 2371 (1997)
- [3] A. Lupaşcu, *et al.*, Nature **509**, 119 (2007)
- [4] A. Lupaşcu, *et al.*, Phys. Rev. Lett. **96**, 127003 (2006); Lupaşcu, *et al.*, Phys. Rev. Lett. **93**, 127006 (2004)
- [5] A. Lupaşcu, C. J. P. M. Harmans y J. E. Mooij, Phys. Rev. B **71**, 184506 (2005)
- [6] S. Guérin y H. R. Jauslin, Adv. Chem. Phys. **125**, 1 (2003)
- [7] V. Peano y M. Thorwart, New. J. Phys. **8**, 21 (2006)
- [8] M. C. Goorden, M. Thorwart y M. Grifoni, Eur. Phys. J. B. **45**, 405 (2005)
- [9] J. S. Howland, Math. Ann. **207**, 315 (1974)
- [10] J. H. Shirley, Phys. Rev. **138**, B979 (1965)
- [11] H. Sambe, Phys. Rev. A **7**, 2203 (1973)
- [12] R. Blüme, R. Graham, L. Sirko, U. Smilansky, H. Walther, y K. Yamada, Phys. Rev. Lett. **62**, 341 (1989)
- [13] S. Kohler, T. Dittrich, y P. Hänggi, Phys. Rev. E **55**, 300 (1995)
- [14] R. Utermann, P. Hänggi, y T. Dittrich, Phys. Rev. E **58**, 72190 (1998)